Демонстрационные задания

для поступающих в 9 математический класс

Работа будет содержать 6-9 заданий, время решения – 80 минут. Приведенные задания демонстрируют возможные темы и сложность задач.

1. При каких значениях b выражение $-x^2+6x+b$ является отрицательным при всех x?
2. Упростите выражение $\left(\dfrac{3ab}{4a^2+12ab+9b^2}-\dfrac{a}{2a+3b}\right)\cdot\left(2+\dfrac{3b}{a}\right)^2$
3. Решите уравнение $\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{2-x}{x+1}+\dfrac{3}{x-3}$
4. Найдите координаты точек графика функции $y=2x-\dfrac{1}{x}$, отстоящие от оси ординат на $2,5$.
5. Найдите уравнение прямой, пересекающей оси координат в точках $A(0;-3)$ и $B(5;0)$ и изобразите ее.
6. Изобразите все точки, координаты которых удовлетворяют условию $(2x-y)^2-(y+4)^2=0$.
7. Решите систему уравнений $\begin{cases}3x+7y=1,\\(3x+7y)(x-3y)=11.\end{cases}$
8. Решите систему уравнений $\begin{cases}\dfrac{x-5}{y-3}=0,\\y^2-x^2=14-6x.\end{cases}$
9. Решите уравнение $(x^2-7x+13)^2-(x-3)(x-4)=1$
10. Решите уравнение $\dfrac{x+1}{2x-3}+\dfrac{x-3}{3x-2}=2\sqrt{\dfrac{x^2-2x-3}{6x^2-13x+6}}$
11. Решите систему уравнений $\begin{cases}\sqrt{2x-y}-\sqrt{y}=x-y,\\\sqrt{2x-y}+\sqrt{y}=x.\end{cases}$
12. Докажите, что если $x^2+y^2-6x+4y+4\leqslant 0$, то $-1\leqslant x-y\leqslant 11$.
13. Решите неравенство: $\dfrac{7}{3x-2-x^2}-\dfrac{3}{7x-4-3x^2}>0$
14. Найдите все значения x, при которых график каждой из функций $f(x)=x^2-3x$ и $q(x)=\frac{4-x}{x+2}$ лежит выше графика функции $y=x$.
15. Решите неравенство: $(x^2-8x+15)\sqrt{x^5-300}\leqslant 0$
16. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе $\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4}$
17. При каких натуральных n значение выражения $\left(\dfrac{3}{n!}+\dfrac{5}{(n+1)!}\right):\left(\dfrac{7}{n!}-\dfrac{6n}{(n+1)!}\right)$ является целым числом? $(n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot_{\dots}\cdot n)$
18. Определите b, если один из корней уравнения $4x^2-15x+b=0$ является квадратом другого.
19. Найдите все значения параметра, при которых уравнение $ax^2-(2a+6)x+3a+3=0$ имеет единственный корень?

20. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют условию $\begin{cases} y \leqslant 4 - x^2 \\ x \geqslant y^2 - 2y - 3. \end{cases}$

21. Найдите координаты точки C на прямой $y = 4 - 2x$, такой что радиус окружности, описанной около треугольника ABC, где $A(0;0)$ и $B(2;0)$ — наименьший.

22. Точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC. Треугольники ABC и ADC – равносторонние. Докажите, что $AB \| CD$

23. В равнобедренном треугольнике с периметром 48 см боковая сторона относится к основанию как 5 : 2.
(а) Найдите стороны треугольника.
(б) Сравните углы треугольника с $60°$.

24. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB и $\angle ACB = 34°$ проведена медиана CN. На прямой AC выбрали точку K так, что $KB \| CN$. Найдите углы треугольника AKB.

25. Концы отрезка EF лежат на двух противоположных сторонах параллелограмма $ABCD$, а сам он проходит через середину диагонали BD. Докажите, что отрезки AE и FC равны.

26. Две диагонали, соединяющие противоположные вершины шестиугольника, делят друг друга пополам, а все его противоположные стороны попарно параллельны. Докажите, что через точку пересечения данных диагоналей проходит третья диагональ данного шестиугольника.

27. Основания трапеции $ABCD$ равны 2 и 5, а боковая сторона CD равна 3. Угол BAD равен $63°$. Найдите угол ADC.

28. Два квадрата имеют общую вершину B. На прямую AC, проходящую через две другие их вершины, опустили перпендикуляры EK и DH. Докажите, что $AH = CK$.

29. Точка OO — середина медианы CM треугольника ABC. На отрезке BO взяли точку K так, что MK параллелен AC. Найдите длину MK, если $AC = 1$.

30. Прямая проходит через вершину A параллелограмма $ABCD$ и не пересекает его сторон. Расстояния от вершин B и D до этой прямой равны 2 и 3. Найдите расстояние от прямой до вершины C.

31. Отрезок прямой, параллельной основаниям трапеции, заключенный внутри трапеции, делится её диагоналями на три отрезка. Докажите, что два из них равны.

32. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отмечена точка K. Прямая AK пересекает прямые BC и CD в точках L и M, при этом $AK = 12$, $LK = 18$. Найдите KM.

33. Докажите, что любая хорда окружности не превосходит ее диаметра.

34. В окружности с центром O взяли точку M. Через M провели произвольные хорды. Докажите, что середины всех таких хорд лежат на одной окружности с точкой O. Где находится её центр?

35. Объясните, как построить прямую, на которой две данные окружности высекают хорды, равные двум данным отрезкам. Каково наибольшее число таких прямых?

Для подготовки к вступительным испытаниям рекомендуем использовать

1. М.Л.Галицкий, А.М.Гольдман, Л.И.Звавич: Сборник задач по алгебре. учебное пособие для 8-9 классов

2. М.А.Волчкевич: Математика. Геометрия: 7-й класс, углублённый уровень: учебное пособие в 2 частях.

3. М.А.Волчкевич: Математика. Геометрия: 8-й класс, углублённый уровень: учебное пособие в 2 частях.